

Számítógépes modellezés kurzus feladatok

Orbán Gergő

orban.gergo@wigner.mta.hu

2015. December 7

1, A zajos LED

A hét szegmensű LED kijelző a tízes számrendszer tíz karakterét tudja megjeleníteni. A kijelző állapotát \mathbf{x} -szel jelöljük. Amikor a kijelző vezérlője az egyik karaktert (s) kívánja megjeleníteni — pl. $s = 2$ —, akkor minden egyes szegmens x_j ($j=1, \dots, 7$) vagy $1-f$ valószínűséggel felveszi a karakter által megkövetelt értéket (melyet $c_j(s)$ -sel jelölünk), vagy f valószínűséggel az ellentétes értéket veszi fel. Nevezzük x két lehetséges állapotát '+1'-nek és '-1'-nek.

- Feltéve, hogy a megjelenítendő szám 2, vagy 3, mi a valószínűsége annak, hogy az egyik helyett a másik jelenik meg a kijelzőn?
- Ha látunk egy adott kijelző konfigurációt, x -t, mi a valószínűsége annak, hogy a megjelenítendő karakter $s=2$ volt? Demonstráld, hogy

$$P(s = 2 | \mathbf{x}) = \frac{1}{1 + \exp(-\mathbf{w}^T \mathbf{x} + \theta)}$$

alakban írható. Számítsd ki a \mathbf{w} súlyok értékét, ha $f = 0.1$.

- Ha feltesszük, hogy s a $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$ számok egyike, p_s prior előfordulási valószínűségekkel, akkor hogyan alakul s valószínűsége \mathbf{x} -et megfigyelve? Írd fel a válaszodat ebben az alakban:

$$P(s | \mathbf{x}) = \frac{e^{a_s}}{\sum_{s'} e^{a_{s'}}$$

Lehetséges olyan karaktereket tervezni, melyek alkalmasabbak arra, hogy a zajos LED-en megjelenítsük őket (tehát kevésbé vannak kitéve annak, hogy összekeverjük őket)? Indokold az érvedet számításokkal is!

2, Hopfield hálózat

Hebb tanulás segítségével két bináris memóriát tárolunk egy Hopfield hálózatban úgy, hogy $w_{ij} = m_i m_j + n_i n_j$, ha $i \neq j$, és $w_{ij} = 0$, ha $i = j$. A hálózat sejtjeinek sejtek spontán aktiválódása (bias, b_i) 0.

A hálózatot $\mathbf{x} = \mathbf{m}$ állapotban inicializáljuk. Számoljuk ki a sejtek aktivációit és bizonyítsuk be, hogy ez $a_i = \mu m_i + \nu n_i$ alakban írható fel. A μ jelerősség és a $|\nu|$ zajerősség összevetésével mutassuk meg, hogy, hogy $\mathbf{x} = \mathbf{m}$ egy stabil fixpontja a hálózat dinamikájának.

Tegyük fel, hogy a hálózatot egy \mathbf{m} -től különböző állapotban inicializáljuk, mely D helyen különbözik \mathbf{m} -től, s ennek alakja $\mathbf{x} = \mathbf{m} + 2\mathbf{d}$, ahol D azon helyek száma, ahol \mathbf{d} eltér 0-tól, s ahol eltér, ott a \mathbf{d} értéke $d_i = -m_i$. Ha a két minta közti átfedést $o_{mn} = \sum m_i n_i$ módon definiáljuk, akkor az i . neuron a_i aktivációjának kiértékelése nyomán mutassuk meg, hogy a hálózat dinamikája az \mathbf{x} állapotból az \mathbf{m} állapotba téríti vissza a rendszert amennyiben $D < 1/4 (I - |o_{mn}| - 2)$.